ISTITUTO TECNICO STATALE COMMERCIALE E PER GEOMETRI
" A. MARTINI " Castelfranco Veneto (TV)

I B igea — Docente: Daniele De Pieri

3 ottobre 2008

Gioco dei lotti e delle 7 monete

1) Gioco dei lotti

Dividere il lotto sottostante in lotti più piccoli, rispettando la griglia già tracciata, in modo che ognuno di essi abbia una casa (C), un albero (A) e un pozzo (P).
I lotti non devono essere per forza tutti della stessa misura o della stessa forma.

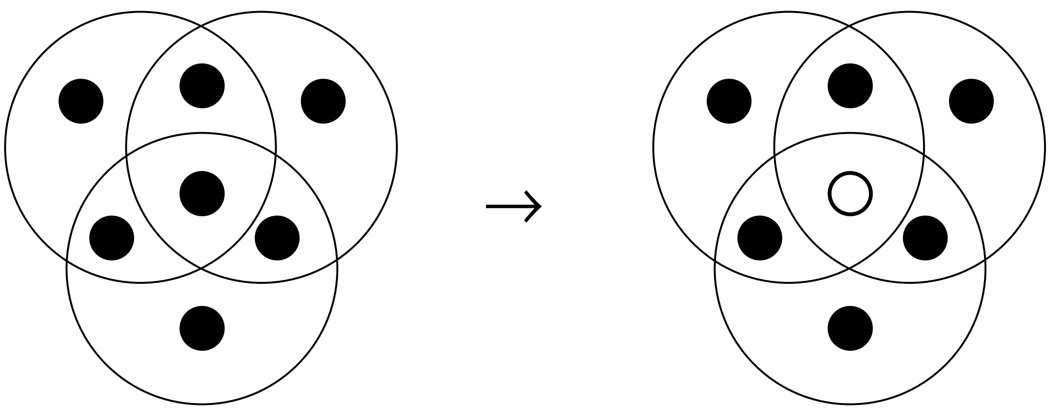
			C				
A	A				A	C	
A			A	P			P
	A	P			C		P
	C		P	C		P	A
C	C			P			

2) Gioco delle 7 monete

Sette monete sono equamente suddivise all'interno di tre cerchi (v. figura). Le monete mostrano tutte il lato con la testa (T). E' possibile arrivare ad avere la moneta centrale che mostra croce (C) mentre tutte le altre mostrano ancora testa, con due soli tipi di mosse:

1) girare tutte le monete di un cerchio,
2) mettere tutte le monete di un cerchio in posizione testa ?

Indichiamo con i seguenti simboli ● = moneta girata su testa ○ = moneta girata su croce



ISTITUTO TECNICO STATALE COMMERCIALE E PER GEOMETRI
" A. MARTINI " Castelfranco Veneto (TV)

I B igea — Docente: Daniele De Pieri
3 ottobre 2008

Soluzione

1) Gioco dei lotti

Dividere il lotto sottostante in lotti più piccoli, rispettando la griglia già tracciata, in modo che ognuno di essi abbia una casa (C), un albero (A) e un pozzo (P).
I lotti non devono essere per forza tutti della stessa misura o della stessa forma.

			C				
A	A				A	C	
A			A	P			P
	A	P			C		P
	C		P	C		P	A
C	C			P			

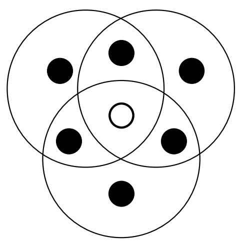
Ulteriore domanda. Nella soluzione abbiamo usato quattro colori (gradazioni di grigio) per individuare i lotti. Bastano quattro colori per individuare tutti i possibili lotti (di qualsiasi forma)? Quanti ne servono al massimo?

2) Gioco delle 7 monete

Indichiamo con i seguenti simboli ● = moneta girata su testa ○ = moneta girata su croce

Verifichiamo, enumerando tutti i casi possibili, che il gioco non può avere soluzione.
Per limitare l'enumerazione dei casi possibili, partiamo dallo stato finale e andiamo a ritroso.

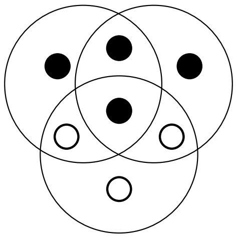
Stato finale delle monete:

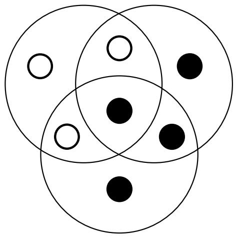


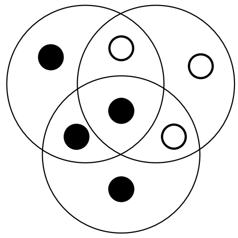
Stato F

A questo stato non possiamo essere pervenuti con la mossa 2 (mettere tutte le monete di un cerchio in posizione testa), perché altrimenti anche quella centrale sarebbe stata cambiata in posizione testa.

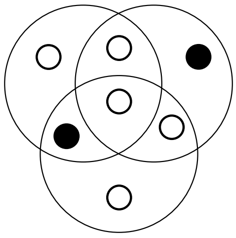
Per arrivare a questo stato si deve aver girato tutte le monete di un cerchio (mossa 1).
Lo stato precedente era dunque uno dei tre riportati sotto:

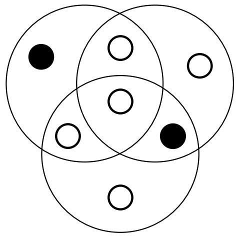

Stato E.1

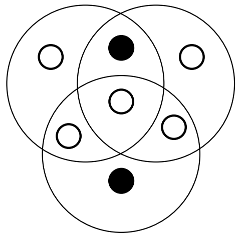

Stato E.2


Stato E.3

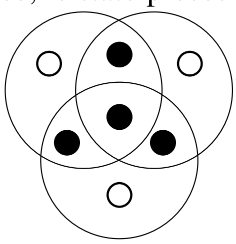
Anche ciascuno di questi tre stati non può provenire dalla mossa 2 perché, se applicata, la mossa 2 avrebbe dovuto cambiare lo stato di almeno una moneta in ciascun cerchio di ogni stato.
Ciascuno di questi tre stati può provenire solo dall'applicazione della prima mossa e, in ogni caso, può essere solo uno dei tre stati riportati sotto:


Stato D.1


Stato D.2


Stato D.3

Anche ciascuno di questi tre stati non può provenire dalla mossa 2, per i motivi detti sopra. Ancora deve essere sta applicata la mossa 1 e, in ciascun caso, lo stato precedente deve essere quello riportato sotto:


Stato C

Questo stato non può ancora provenire dalla mossa 2 per i noti motivi.
D'altra parte, se per raggiungerlo abbiamo girato tutte le monete di un cerchio, allora lo stato precedente è uno degli stati D.1 o D.2 o D.3 che però hanno come stato che li precede lo stato C e così via all'infinito.

E' dunque impossibile che il punto di partenza sia quello assegnato dal problema (tutte le monete girate su testa).

Soluzione alternativa

Il gioco non ha soluzione, ti spiego perché.
Bisogna dare innanzitutto la definizione di parità di un cerchio (la definizione è applicabile a ciascuno dei tre cerchi che costituiscono lo schema del gioco):
- un cerchio ha **parità pari** se il numero di monete in posizione Testa (e quindi anche il numero di monete in posizione Croce) è pari; ad esempio, 4 Teste, oppure 2 Teste e 2 Croci
- analogamente, un cerchio ha **parità dispari** se il numero di monete in posizione Testa (e Croce) è dispari; ad esempio, 1 Testa e 3 Croci

Classifichiamo le possibili mosse: Inversione e Azzeramento

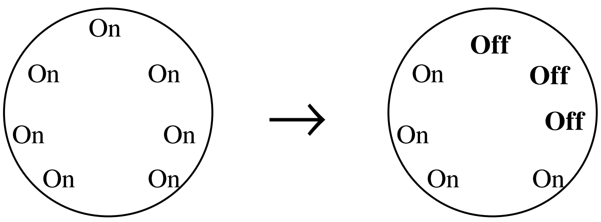
1. Se una mossa è di tipo *Inversione* (per intenderci, una mossa che comporta l'inversione di tutte le monete di un cerchio), le monete che vengono girate sono 4 nel cerchio dove applichi la mossa e 2 in ciascuno degli altri due cerchi. Poiché in tutti i cerchi viene girato un numero pari di monete, puoi concludere che **una mossa di tipo *Inversione* lascia inalterata la parità** di tutti i cerchi.
2. **Una mossa di tipo *Azzeramento*** (quella che riporta tutte le monete di un cerchio a Testa), **porta invece almeno un cerchio in situazione di parità pari** (quello dove è stata applicata).

Considera adesso che il gioco inizia con i tre cerchi di **parità pari** (4 Teste), mentre la configurazione finale prevede che tutti e tre i cerchi siano di **parità dispari** (3 Teste e 1 Croce). Per arrivare alla fine dovremmo quindi utilizzare mosse che modificano il *numero di cerchi con parità pari* portandolo, per passi successivi (e non necessariamente in modo decrescente), da 3 a 0; ma né le mosse di tipo *Inversione* (che non alterano questo numero, v. [1]), né le mosse di tipo *Azzeramento* (che lo riducono, nel migliore dei casi, ad 1, v. [2]) possono essere di utilità per raggiungere l'obiettivo finale di eliminare completamente i cerchi di parità pari.

Ti propongo un nuovo gioco.

Gioco dei 7 interruttori

Su un quadro di comando circolare ci sono sette interruttori posizionati su On. Si può agire su un solo interruttore alla volta, cambiandolo di stato: da On a Off o da Off a On, ma occorre tener presente che quando si agisce su un interruttore cambiano stato anche i due interruttori adiacenti .
Qual è la strategia migliore per portare tutti gli interruttori su Off (spegnere l'intero quadro) ?



ecc.