

Esercizi

1. Il caso del pendolare in anticipo. Ulteriore domanda.

Relativamente al problema del pendolare che scende alla sua stazione tutte le sere alle 17.00 e la cui moglie arriva nello stesso momento del treno per portarlo a casa, rispondi alla seguente ulteriore domanda:

Tenendo conto di quella sera in cui il pendolare è arrivato in stazione alle 16.00, si è avviato a piedi lungo la strada percorsa dalla moglie e, incontrandola, è arrivato a casa dieci minuti prima del solito: a quale velocità media la moglie percorre la strada tra casa e stazione?

Rimangono valide le ipotesi: che la moglie guidi a velocità costante, che la sera in cui il marito è arrivato prima la moglie sia partita alla stessa ora, guidando alla stessa velocità delle altre volte e che anche il marito abbia camminato a velocità costante.

2. Problema dell'esploratore

Un esploratore vuole attraversare il deserto, senza l'aiuto di nessuno.

Il problema è che può trasportare al massimo un carico d'acqua sufficiente per attraversare metà deserto. Esiste uno e uno solo pozzo di acqua potabile che si trova nella località di partenza.

Nonostante ciò, l'esploratore riesce a risolvere il problema. Come?

Quanti carichi d'acqua dovrà consumare per portare a termine l'impresa?

Quanti carichi d'acqua sono necessari per effettuare sia l'andata che il ritorno?

Semplifica le seguenti espressioni senza calcolare direttamente le potenze

$$3) 2^{61} + 2^5 (2^{56} + 8) - (2^{31})^2 = 2^8$$

$$4) 19) \left[(7^5 \times 7^2)^3 : (7^9 \times 7^{11}) \right] : \left[(8^{10} \times 8^2)^2 : (8^{12})^2 \right] = 7$$

$$5) \frac{-6^2 \cdot 14^3 \cdot \left(-\frac{1}{3}\right)^{-5}}{-6^5 \cdot (-21)^3} = \frac{1}{3}$$

I B igea
 19 novembre 2008

Docente: Daniele De Pieri

2. Problema dell'esploratore

Un esploratore vuole attraversare il deserto, senza l'aiuto di nessuno.
 Il problema è che può trasportare al massimo un carico d'acqua sufficiente per attraversare metà deserto.
 Esiste uno e uno solo pozzo di acqua potabile che si trova nella località di partenza.
 Nonostante ciò, l'esploratore riesce a risolvere il problema. Come?
 Quanti carichi d'acqua dovrà consumare per portare a termine l'impresa?
 Quanti carichi d'acqua sono necessari per effettuare sia l'andata che il ritorno?

Soluzione

Risolviamo il caso della sola andata

L'esploratore può dividere il percorso in tappe:

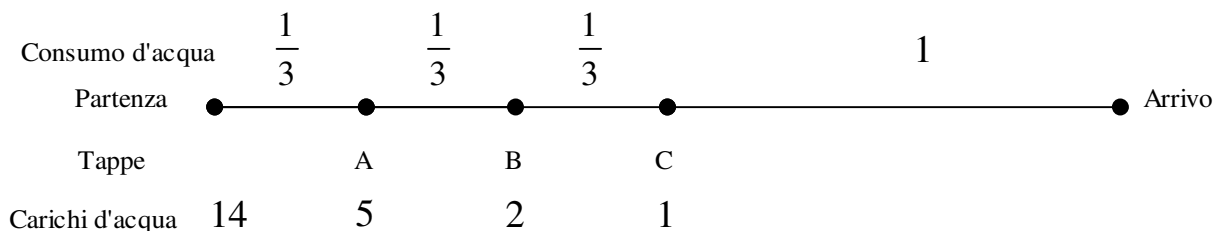
una a metà strada (nella figura la tappa C) e altre intermedie nella prima metà del percorso, per esempio altre due tappe a $\frac{1}{6}$ e $\frac{2}{6}$ dell'intero percorso (in figura le tappe A e B).

In questa ipotesi, l'obiettivo è accumulare nella tappa C un intero carico d'acqua necessaria a completare l'attraversata.

Per avere nella tappa C 1 intero carico d'acqua, bisogna portarne $1 \cdot 3 - 1 = 2$ in B e $2 \cdot 3 - 1 = 5$ nella tappa A, tornando più volte al pozzo situato nella località di partenza, esattamente 13 volte per attingere $5 \cdot 3 - 1 = 14$ carichi d'acqua.

Per attraversare il deserto servono perciò 14 carichi d'acqua da trasportare in tappe intermedie, facendo la spola con il pozzo della località di partenza e percorrendo il deserto 7 volte in totale:

$$\frac{1}{3} \cdot \frac{1}{2} \cdot 13 \cdot 2 + \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{2} \cdot 4 \cdot 2 + \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{2} \cdot 1 \cdot 2 + 1 = \frac{13 + 4 + 1 + 3}{3} = \frac{21}{3} = 7$$



Esercizi

1) Per il problema dell'esploratore, sapresti trovare una strategia migliore, che richieda meno carichi d'acqua e meno distanza da percorrere?

2) Semplifica l'espressione:

$$\frac{\left(\frac{3}{2}\right)^{-2} \cdot (15)^{-2} \left(\left(-\frac{1}{10}\right)^4 \cdot (-5)^{-1}\right)^2}{\left(-\frac{1}{3}\right)^{-5} : \left(\left(-\frac{1}{15}\right) \cdot (+3)^{-6}\right)^{-1}} \cdot \left(\frac{3^2}{10^{10}}\right) = 5^{-1}$$